Ministry of Higher Education & Scientific Research
Al-Rasheed University College
Department of Medical Instrumentation
Engineering Technique

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
كلية الرشيد الجامعة
قسم تقنيات الاجهزة الطبية

حقيبة تعليمية

بعنوان: رياضيات 1

اعداد :

التدريسي الرئيسي: م.م رويده منير محمد

التدريسي الثانوي: م.م دينا جمال جبار

2022-2023

المقدمة

يتسم البرنامج التعليمي الرياضيات 1 بالتدريس باللغة الانكليزية لمدة ثلاثون اسبوعا بواقع ثلاث ساعات نظري اسبوعيا يتم تدريس الطلبة القوانين والمسائل الرياضية اللازمة لغرض حل الدوائر الكهربائية البسيطة والمعقدة ضمن منهج متكامل .

فهرس المحتويات

وصف المقرر الدراسى

يوفر وصف المقرر هذا إيجازاً مقتضياً لأهم خصائص المقرر ومخرجات التعلم المتوقعة من الطالب تحقيقها مبرهناً عما إذا كان قد حقق الاستفادة القصوى من فرص التعلم المتاحة. ولابد من الربط بينها وبين وصف البرنامج.

1. المؤسسة التعليمية	كلية الرشيد الجامعة
2. القسم العلمي / المركز	قسم هندسة تقنيات الاجهزة الطبية
3. اسم / رمز المقرر	رياضيات 1 / MATH 100
4. أشكال الحضور المتاحة	الصف الالكتروني (google classroom) / Google meet حضوري.
5. الفصل / السنة	الفصل الأول والثاني / المرحلة الاولى
6. عدد الساعات الدراسية (الكلي)	90 ساعة
7. تاريخ إعداد هذا الوصف	2022\4\9
8. أهداف المقرر:	
الاطلاع على المعادلات والقوانين الرياضية	
فهم ومعرفة التطبيقات العملية لقوانين والمسائل الرياضية اللازمة لغرض حل الدوائر الكهربائية البسيطة والمعقدة	
فهم ومعرفة اختيار المعادلات الرياضية المناسبة للبرمجة الرقمية	
فهم ومعرفة المعادلات الرياضية اللازمة والتطبيقات للمصفوفات	

10. مخرجات المقرر وطرائق التعليم 11. تعلم والتقييم
أ- الأهداف المعرفية أ1-التعرف على المعادلات والقوانين الرياضية لحل الدوائر الكهربائية البسيطة والمعقدة أ2-التعرف على المصفوفات وكيفية استخدامها في البرمجة أ3- التعرف على قوانين حساب الحجوم والمساحات أ4-التعرف على المعادلات الرياضية الخاصة بالتفاضل وكيفية حلها
ب - الأهداف المهاراتية الخاصة بالمقرر. ب1 -اختيار المعادلات الرياضية ا للازمة لحل الدوائر الكهربائية ب2 - أعداد المصفوفات وحساب اقيامها واستخدامها في البرمجة ب3 - حساب الحجوم والمساحات
طرائق التعليم والتعلم
المحاضرات الاكاديمية التي تساهم في وضع أساس قوي و متين لدعم الصيد المعرفي للطالب
طرائق التقييم
التقييم التفاعلي التي تتم بصورة مباشرة بين الطالب والأستاذ وهي احدى طرق التغذية الراجعة التي يعتمد عليها أعضاء الهيئة التدريسية في تقييم عملية التعليم والتعلم الاختبارات التحريرية الدورية التي توفرمعلومات عن مدى متابعة الطالب للمحتوى العلمي ومدى تفاعل مع المادة المعطاة من قبل التدريسي الاختبارات الفصلية وتكون الحلقة الوسطى التي أقيم مدى اهتمام الطالب ومتابعتها للمادة خلال فصل دراسي كامل الامتحانات النهائية وهي الحلقة النهائية في تقييم الطالب ومدى تفاعله واهتمامه بالمادة العلمية خلال سنة دراسية كاملة

ج- الأهداف الوجدانية والقيمة 1-زرع روح الإبداع عند الطلبة والحرص على أيجادهم حلول مبتكرة للمشاكل المختلفة ج2-تنمية قابلية الطلبة على العمل الجماعي كفرق فعالة تخرج بنتائج متميزة ج3-تنمية الشعور بالمسؤولية لدى الطلبة والتهيئة النفسية لتحمل الأعباء الملقاة على عاتقهم ج4- تنمية قيم الحرص والمثابرة على انجاز العمل للوصول الى نتائج مرضية
طرائق التعليم والتعلم
تحفيز الجانب الإبداعي عن طريق طرح مشاكل مختلفة أمام الطلبة وحثهم على إيجاد حلول مناسبة تشكيل فرق عمل يتم تقييم نتائج عملها وتغيير بنيتها بشكل دوري لتنمية روح التعاون والتنمية وتحفيز الطلاب على بذل الجهود الحثيثة للعمل بالظروف المختلفة
طرائق التقييم
التقييم المباشر حيث يتم التقييم من قبل التدريسي بشكل مباشر وتثبيت ملاحظاتهم بخصوص ذلك وقدرتها على ايجاد الحلول للمشكلات العلمية المختلفة
د - المهارات العامة والتأهيلية المنقولة (المهارات الأخرى المتعلقة بقابلية التوظيف والتطور الشخصي). د1-ااختيار المعادلات اللازمة لحل الدوائر الكهربائية د2-عمل مصفوفات لاستخدامها في البرمجة

12.	بنية المقرر				
الأسبوع	الساعات	مخرجات التعلم المطلوبة	اسم الوحدة / أو الموضوع	طريقة التعليم	طريقة التقييم
1-2	6ن	التعرف على المشتقات	**Differentiation Rules**: a. Derivatives of Polynomials and Exponential Functions b. The Product and Quotient Rules c. Derivatives of Trigonometric Functions d. The Chain Rule e. Implicit Differentiation f. Derivatives of Logarithmic Functions g. Exponential Approximations and Differentials h. Hyperbolic Functions	محاضرة	اختبار يومي
3-4-5	9ن	التعرف على المعادلات التفاضلية	**First-order differential equations**: a. Preliminary theory. b. Existences and uniqueness for initial – boundary value problems. c. Separable variables, d. Homogeneous equations. e. Exact equations. a. Linear equations. f. Equations of Bernoulli.	محاضرة	اختبار يومي

6-7-8-9	12ن	التعرف على انواع ورتب المعادلات التفاضلية	**Linear differential equations of higher-order**: a. Preliminary theory b. Existences and uniqueness for initial – boundary value problems. c. Basic concepts; a. Linear dependence and Linear independence, d. Superposition principle for homogeneous equations, e. fundamental set, f. Superposition principle for non-homogeneous equations, g. Constructing of a second solution from a known solution, h. Homogeneous equations with constant coefficients, i. Method of undetermined coefficients, j. Method of variation of parameters. k. Differential equations with variable coefficients, l. Cauchy-Euler equations.	محاضرة	اختبار يومي
10	3ن	التعرف على الغايات والاشتقاق	**Limits and Derivatives:** a. The Tangent and Velocity Problems b. Calculating Limits Using the Limit Laws c. Continuity d. Limits at Infinity; Horizontal Asymptotes e. Derivatives and Rates of Change f. The Derivative as a Function	محاضرة	اختبار يومي

اختبار يومي	محاضرة	**Applications of Differentiation:** a. Maximum and Minimum Values b. The Mean Value Theorem c. How derivatives Affect the Shape of a Graph d. Intermediate Forms and L'Hospital Rule	تطبيقات على المعادلات التفاضلية	3ن	11
اختبار تحريري	محاضرة	**Partial Derivatives:** a. Functions of Several Variables b. Limits and Continuity c. Partial Derivatives d. Tangent Planes and Linear Approximations e. The Chain Rule f. Directional Derivatives and the Gradient Vector g. Maximum and Minimum Values h. Lagrange Multipliers	المشتقات الجزئية	9ن	12-13-14
اختبار تحريري	محاضرة	Review	مراجعة	3ن	15

13. البنية التحتية	
1- الكتب المقررة المطلوبة	Calculus Finney / Thomas (part 1)
2- المراجع الرئيسية (المصادر)	Calculus Finney / Thomas (part 1) Calculus with Analytic Geometry
ا- الكتب والمراجع التي يوصى بها (المجلات العلمية ، التقارير ،....)	
ب - المراجع الالكترونية، مواقع الانترنيت	

14. خطة تطوير المقرر الدراسي
1- تدريس مادة الرياضيات كأداة لحل المشكلات وأسلوب للتعليل والبرهنة وسيط للربط بين المجالات المختلفة . 2- يكون هناك اهتمام بدراسة الجبر والدوال . 3- تدريس الهندسة من منظور تركيبي ومن منظور جبري . 4- تقديم حساب التفاضل والتكامل من منظور بياني وعددي . 5- استعمال مسائل ذات صلة بعالم الواقع في تطبيق النظريات الجبرية .

TEMPLATE FOR COURSE SPECIFICATION

HIGHER EDUCATION PERFORMANCE REVIEW: PROGRAMME REVIEW

COURSE SPECIFICATION

This Course Specification provides a concise summary of the main features of the course and the learning outcomes that a typical student might reasonably be expected to achieve and demonstrate if he/she takes full advantage of the learning opportunities that are provided. It should be cross-referenced with the programme specification.

1. Teaching Institution	Al-Rasheed University College
2. University Department/Centre	Department Medical Instrumentation Engineering
3. Course title/code	Math 1/ MATH 100
4. Programme(s) to which it contributes	
5. Modes of Attendance offered	electronic class(google classroom) / Google meet
6. Semester/Year	Chapter one - chapter two The first phase
7. Number of hours tuition (total)	90
8. Date of production/revision of this specification	9/4/2022
9. Aims of the Course	
Understand and know the practical applications of mathematical laws and problems necessary for the purpose of solving simple and complex electrical circuits	
Understand and know the selection of appropriate mathematical equations for digital programming	

10· Learning Outcomes, Teaching ,Learning and Assessment Method
A- Knowledge and Understanding A1.Learn about mathematical equations and laws to solve simple and complex electrical circuits A2.Learn about arrays and how to use them in programming A3.Know the rules for calculating volumes and areas A4.Recognize the mathematical equations of differential and how to solve them
B. Subject-specific skills B1. Choosing the necessary mathematical equations to solve electrical circuits B2. Numbering matrices, calculating their values, and using them in programming B3. Calculate volumes and areas
Teaching and Learning Methods
Academic lectures that contribute to laying a strong and solid foundation to support student cognitive fishing
Assessment methods
Interactive assessment that takes place directly between the student and the professor, and it is one of the feedback methods that faculty members rely on in Periodic written tests that provide .evaluating the teaching and learning process information on the extent to which the student follows the scientific content and Semester .the extent of his interaction with the material given by the instructor exams, and the middle cycle is in which the student’s interest and follow-up to the subject during an entire semester were assessed Final exams, which are the final episode in evaluating the student and the extent of his interaction and interest in the scientific subject during a full academic year
C. Thinking Skills C1.Cultivating a spirit of creativity in students and ensuring that they find innovative solutions to various problems C2.Develop students' ability to work collectively as effective teams that produce distinguished results C3.Develop a sense of responsibility among students and psychological preparation to bear the burdens placed on them C4. Develop the values of diligence and perseverance to complete the work to reach satisfactory results

Teaching and Learning Methods
Stimulating the creative side by posing different problems to the students and urging them to find appropriate solutions Forming work teams whose results are evaluated and their structure is periodically changed to develop a spirit of cooperation and development and motivate Students to make strenuous efforts to work in different conditions
Assessment methods
Direct evaluation, where the evaluation is done by the teachers directly and their observations are established in this regard and their ability to find solutions to various scientific problems.

D. General and Transferable Skills (other skills relevant to employability and personal development) D1. Choose the necessary equations to solve electrical circuits D2. Create arrays to be used in programming

11. Course Structure					
Week	Hours	ILOs	Unit/Module or Topic Title	Teaching Method	Assessment Method
1-2	6	Learn about derivatives	**Differentiation Rules:** a. Derivatives of Polynomials and Exponential Functions b. The Product and Quotient Rules c. Derivatives of Trigonometric Functions d. The Chain Rule e. Implicit Differentiation f. Derivatives of Logarithmic Functions g. Exponential Approximations and Differentials h. Hyperbolic Functions	A theoretical video	homework + daily and quarterly exams

3-4-5	9	Learn about differential equations	**First-order differential equations**: a. Preliminary theory. b. Existences and uniqueness for initial – boundary value problems. c. Separable variables, d. Homogeneous equations. e. Exact equations. a. Linear equations. f. Equations of Bernoulli. g. Ricatti Substitutions.	A theoretical video	homework + daily and quarterly exams

6-7-8-9	12	Learn about different types and orders of differential equations ive	**Linear differential equations of higher-order**: a. Preliminary theory b. Existences and uniqueness for initial – boundary value problems. c. Basic concepts; a. Linear dependence and Linear independence, d. Superposition principle for homogeneous equations, e. fundamental set, f. Superposition principle for non-homogeneous equations, g. Constructing of a second solution from a known solution, h. Homogeneous equations with constant coefficients, i. Method of undetermined coefficients, j. Method of variation of parameters.	A theoretical video	homework + daily and quarterly exams

10	3	Knowing the goals and derivations	**Limits and Derivatives:** a. The Tangent and Velocity Problems b. Calculating Limits Using the Limit Laws c. Continuity d. Limits at Infinity; Horizontal Asymptotes e. Derivatives and Rates of Change f. The Derivative as a Function	A theoretical video
11	3	Applications of Differentiation:	**Applications of Differentiation:** a. Maximum and Minimum Values b. The Mean Value Theorem c. How derivatives Affect the Shape of a Graph d. Intermediate Forms and L'Hospital Rule	A theoretical video

12-13-14	9	Partial Derivatives	**Partial Derivatives:** a. Functions of Several Variables b. Limits and Continuity c. Partial Derivatives d. Tangent Planes and Linear Approximations e. The Chain Rule f. Directional Derivatives and the Gradient Vector g. Maximum and Minimum Values h. Lagrange Multipliers	A theoretical video	homework + daily and quarterly exams
15	3		Review	A theoretical video	

12. Infrastructure	
Required reading: · CORE TEXTS · COURSE MATERIALS · OTHER	Calculus Finney / Thomas (part 1)
Special requirements (include for example workshops, periodicals, IT software, websites)	Calculus Finney / Thomas (part 1) Calculus with Analytic Geometry

13. Admissions	
Pre-requisites	
Minimum number of students	
Maximum number of students	

إرشادات للطلبة

- الرغبة والحماس للتعليم
- كن مشاركاً في جميع الأنشطة
- احترم أفكار المدرس والزملاء
- أنقد أفكار المدرس والزملاء بأدب إن كانت هناك حاجة.
- احرص على استثمار الوقت
- تقبل الدور الذي يسند إليك في المجموعة
- حفز أفراد مجموعتك في المشاركة في النشاطات
- احرص على بناء علاقات طيبة مع المدرس والزملاء أثناء المحاضرة
- احرص على ما تعلمته في المحاضرة وطبقه في الميدان .
- ركز ذهنك بالتعليم واحرص على التطبيق المباشر
- تغلق الموبايل قبل الشروع بالمحاضرة

الوحدة الأولى - المحاضرة الأولى - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الاولى:

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

1. معرفة قوانيين المشتقات.
2. كيفية اشتقاق الدوال.

موضوعات المحاضرة الاولى:

1- Differentiation Rules
2- Derivatives of Polynomials
3- Derivatives of Trigonometric Functions

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• نشاط التعارف (1/1/1) • محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

خطة إجراءات تنفيذ المحاضرة الاولى

الوحدة	المحاضرة	الإجراءات	الزمن بالدقيقة
الأولى	الأولى	الترحيب بالطلبة والتعارف معهم	90 دقيقة
		التعريف بالبرنامج وأهدافه وأهميته	

المادة العلمية:

Differentiation Rules:

$$\frac{d}{dx}(c)=0 \quad (c \text{ is a constant})$$

$$\frac{d}{dx}\left(x^{n}\right)=nx^{n-1} \quad (n \text{ is a real number})$$

$$\frac{d}{dx}(cf(x))=c\frac{d}{dx}(f(x)) \quad (c \text{ is a constant})$$

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)\pm g(x)\right]=\frac{d}{dx}[f(x)]\pm\frac{d}{dx}[g(x)]$$

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=\frac{d}{dx}[f(x)]g(x)+\frac{d}{dx}[g(x)]f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]-f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]}{[g(x)]^{2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x \qquad \frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x \qquad \frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \qquad \frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x \qquad \frac{d}{dx}(\operatorname{csch} x) = -\operatorname{csch} x \coth x$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x \qquad \frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \tanh x$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh x) = \operatorname{sech}^2 x \qquad \frac{d}{dx}(\coth x) - \operatorname{csch}^2 x$$

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}\left(a^u\right) = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$$

$$f(x)=\frac{cos2x}{2x}$$

$$f`(x)=\frac{2x\left((-sin2x)*2\right)-\left[(cos2x)*2\right]}{(2x)^2}$$

$$f`(x)=\frac{-4xsin2x-2cos2x}{4x^2}$$

$$f`(x)=\frac{2(-2xsin2x-cos2x)}{4x^2}$$

$$f`(x)=\frac{(2xsin2x-cos2x)}{2x^2}$$

الوحدة الأولى - المحاضرة الثانية - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الثانية:

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **كيفية اشتقاق الدوال.**

موضوعات المحاضرة الثانية:

-Derivatives of Polynomials and Exponential Functions

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

Derivatives of Polynomials and Exponential Functions:

$$\frac{d}{dx}e^{u} = e^{u}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(a^{u}\right) = a^{u}\ln a\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\log_{a}u = \frac{1}{u\ln a}\frac{du}{dx}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]g(x)+\frac{d}{dx}\left[g(x)\right]f(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\ln u=\frac{1}{u}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}e^{u}=e^{u}\frac{du}{dx}$$

$$f(x)=(e^{2x}+5)(ln2x+3)$$

$$f`(x)=(e^{2x}*2+0)(ln2x+3)$$

$$+\left(\frac{1}{2x}*2+0\right)\ (e^{2x}+5)$$

$$=(2e^{2x}ln2x+6\,e^{2x})$$

$$+\left(\frac{e^{2x}}{x}+\frac{5}{x}\right)$$

$$f(x)=\cos 3x.\sec 2x+\sin x^{2}.\cot 3x$$

$$=\{-3\sin 3x*\sec 2x+2\sec 2x*\tan 2x\cos 3x\}$$
$$+\{2x\cos x^{2}*\cot 3x-3\csc 3x*\sin x^{2}\}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=\frac{d}{dx}[f(x)]g(x)+\frac{d}{dx}[g(x)]f(x)}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x)=-\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec x)=\sec x\tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x)=\cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\cot x)=-\csc^{2}x$$

الوحدة الأولى - المحاضرة الثالثة - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الثالثة:

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **كيفية الاشتقاق الضمني .**

موضوعات المحاضرة الثالثة:

- Higher derivative.
- Implicit differentiation.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

ex: Find The Third derivative of The Function
$y = \sqrt{x^3}$

Sol: $y = x^{\frac{3}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{2} * \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{3}{4} * -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-3}{8} * x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-3}{8} * \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{-3}{8y}$

ex: Find $\frac{d^2y}{dx^2} = x^2 . \sin x$

Sol: $\frac{dy}{dx} = x^2 * \cos x + \sin x * 2x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = [x^2 * -\sin x + \cos x * 2x] + [\sin x * 2 + 2x * \cos x]$

ex: Find $\frac{d^3y}{dx^3}$ For $y = \frac{1}{x} + \sqrt{x^3}$

Sol: $y = \frac{1}{x} + x^{\frac{3}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -\left(\frac{x^2 * 0 - 1 * 2x}{x^4}\right) + \frac{3}{2} * \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{x^3} + \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{d^3y}{dx^3} = \left(\frac{x^3 * 0 - 2 * 3x^2}{(x^3)^2}\right) + \frac{3}{4} * -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{6x^2}{x^6} - \frac{3}{8} x^{-\frac{3}{2}}$

$= -\frac{6}{x^4} - \frac{3}{8\sqrt{x^3}}$ ans

46

ex: Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ For $y=\sqrt{u}+2u$ when $u=x^2-3$ at $x=2$.

Sol: $y=\sqrt{x^2-3}+2(x^2-3)$

$y=\sqrt{x^2-3}+2x^2-6$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{2\sqrt{x^2-3}}+4x=\frac{x}{(x^2-3)^{\frac{1}{2}}}+4x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(x^2-3)^{\frac{1}{2}}*1-x*\frac{2x}{2\sqrt{x^2-3}}}{\left[(x^2-3)^{\frac{1}{2}}\right]^2}+4$$

$$=\frac{\sqrt{x^2-3}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2-3}}}{x^2-3}+4=\frac{\frac{x^2-3-x^2}{\sqrt{x^2-3}}}{x^2-3}+4$$

$$=\frac{-3}{(x^2-3)(x^2-3)^{+\frac{1}{2}}}+4=\frac{-3}{(x^2-3)^{\frac{3}{2}}}+4$$

$$=\frac{-3}{(4-3)^{\frac{3}{2}}}+4=\frac{-3}{1}+4=1 \quad \text{ans}$$

Implicit differentation

الاشتقاق الضمني

* تستخدم هذا النوع من الاشتقاق عند ملاحظة (x,y) في نفس المعادلة سوية.

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ For $xy + 2x - 5y = 2$.

sol: $x * \frac{dy}{dx} + y*1 + 2 - 5\frac{dy}{dx} = 0$

* ننقل الحدود التي تحتوي على $\frac{dy}{dx}$ الى الأيسر والباقي في الأيمن.

$x\frac{dy}{dx} - 5\frac{dy}{dx} = -y - 2$

* نستخرج من الطرف الأيسر $\frac{dy}{dx}$ عامل مشترك

$\frac{dy}{dx}(x-5) = -y-2$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-y-2}{x-5}$.

---

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ For $x^2y^2 = x^2 + y^2$.

sol: $x^2 * 2y\frac{dy}{dx} + y^2 * 2x = 2x + 2y\frac{dy}{dx}$

$2yx^2\frac{dy}{dx} - 2y\frac{dy}{dx} = 2x - 2xy^2$

$\frac{dy}{dx}(2yx^2 - 2y) = 2x - 2xy^2$.

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 2xy^2}{2yx^2 - 2y} = \frac{\cancel{2}(x - xy^2)}{\cancel{2}(yx^2 - y)}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x - xy^2}{yx^2 - y}$.

18

Q وزاري : Find $\frac{dy}{dx}$ $\sqrt{x\cdot y}+1=y$.

Sol: $\frac{x*\frac{dy}{dx}+y*1}{2\sqrt{x\cdot y}}+0=\frac{dy}{dx}$.

$$\frac{x\frac{dy}{dx}+y}{\frac{dy}{dx}}=2\sqrt{x\cdot y}\Rightarrow\frac{x\frac{dy}{dx}}{\frac{dy}{dx}}+\frac{y}{\frac{dy}{dx}}=2\sqrt{x\cdot y}$$

$$x+\frac{y}{\frac{dy}{dx}}=2\sqrt{x\cdot y}\Rightarrow\frac{y}{\frac{dy}{dx}}=2\sqrt{x\cdot y}-x$$

$$\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{y}{2\sqrt{x\cdot y}-x}\quad \text{ans}$$

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ For $y^2\sin(xy)=\tan x$.

Sol:

$$y^2*\cos(xy)\left[x*\frac{dy}{dx}+y*1\right]+\sin(xy)*2y\cdot\frac{dy}{dx}=\sec^2 x$$

$$xy^2\cos(xy)\frac{dy}{dx}+y^3\cos(xy)+2y\sin(xy)\cdot\frac{dy}{dx}=\sec^2 x$$

$$xy^2\cos(xy)\frac{dy}{dx}+2y\sin(xy)\cdot\frac{dy}{dx}=\sec^2 x-y^3\cdot\cos(xy)$$

$$\frac{dy}{dx}\left(xy^2\cos(xy)+2y\sin(xy)\right)=\sec^2 x-y^3\cdot\cos(xy)$$

$$\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{\sec^2 x-y^3\cdot\cos(xy)}{xy^2\cdot\cos(xy)+2y\sin(xy)}.$$

الوحدة الأولى - المحاضرة الرابعة - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الرابعة:

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **كيفية اشتقاق المعادلة التفاضلية باستخدام قوانين السسلسلة.**

موضوعات المحاضرة الرابعة:

- **Chain rules .**

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

Chain Rules قانون السلسلة

ملاحظة: توجد في هذا الموضوع قاعدتان وهما

① If $y=F(t)$ and $t=g(x)$ Then:

* نشتق كل منهما على حدة. وللحصول على $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ نجري حاصل ضربهما.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}*\frac{dt}{dx}$$

ex Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=t^5+1$ and $t=\sqrt{x}$.

sol $\frac{dy}{dt}=5t^4$

$$\frac{dt}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}*\frac{dt}{dx}=5t^4*\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad , t=\sqrt{x}$$

$$\frac{dy}{dx}=5t^4*\frac{1}{2t}=\frac{5}{2}t^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{5}{2}(\sqrt{x})^3$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}.$$ الناتج النهائي يحول بدلالة (X).

② If $y=F(t)$ and $x=h(t)$ Then:

* نشتق كل منهما على حدة. وللحصول على $\frac{dy}{dx}$ نجري عملية القسمة

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=1-t^2$ and $x=4t^2$

sol: $\frac{dy}{dt}=-2t$

$\frac{dx}{dt}=8t$

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{-2t}{8t}=\frac{-1}{4}$

ans

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=\frac{t^2}{t^2+1}$ and $t=\sqrt{2x+1}$

sol: $\frac{dy}{dt}=\frac{(t^2+1)*2t-t^2*2t}{(t^2+1)^2}$

$\frac{dy}{dt}=\frac{2t^3+2t-2t^3}{(t^2+1)^2}=\frac{2t}{(t^2+1)^2}$

$\frac{dt}{dx}=\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}*\frac{dt}{dx}=\frac{2t}{(t^2+1)^2}*\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$t=\sqrt{2x+1} \rightarrow t^2=2x+1$ نحول السؤال بدلالة (x)

$\frac{dy}{dx}=\frac{2\cancel{\sqrt{2x+1}}}{(2x+1+1)^2}*\frac{1}{\cancel{\sqrt{2x+1}}}=\frac{2}{(2x+2)^2}$

$=\frac{2}{4(x+1)^2}=\frac{1}{2(x+1)^2}$

ex: Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=\left(\frac{t-1}{t+1}\right)^2$ and $x=\frac{1}{t^2}-1$ at $(t=2)$.

Sol: $\frac{dy}{dt}=2\left(\frac{t-1}{t+1}\right)*\left(\frac{(t+1)*1-(t-1)*1}{(t+1)^2}\right)$

$$=2\left(\frac{t-1}{t+1}\right)*\left(\frac{\cancel{t}+1-\cancel{t}+1}{(t+1)^2}\right)=2\left(\frac{t-1}{t+1}\right)*\left(\frac{2}{(t+1)^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{4(t-1)}{(t+1)^3}=\frac{4(2-1)}{(2+1)^3}=\frac{4}{27}.$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{t^2*0-1*2t}{t^4}-0=\frac{-2t}{t^4}=\frac{-2}{t^3}$$

$$\therefore \frac{dx}{dt}=\frac{-2}{(2)^3}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\frac{4}{27}}{\frac{-1}{4}}=\frac{4}{27}*-4$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{-16}{27}. \quad \text{ans}$$

ملاحظة: لإيجاد المشتقة الثانية $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ للقاعدة الثانية وهي عندما يعطي $[y=F(t)\ ,\ x=F(x)]$ فإننا نحصل عليها من تطبيق القانون التالي بعد استخراج $\frac{dy}{dx}$.

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\text{مشتقة المشتقة لـ } \frac{dy}{dx}}{\frac{dx}{dt} \text{ كما هي}}.$$

- **ex**: Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ if $y = t-1$, $x = 2t^2$

Sol:

$$\frac{dy}{dt} = 1$$

$$\frac{dx}{dt} = 4t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1}{4t}$$

$$\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dt} = \frac{4t*0 - 1*4}{(4t)^2} = \frac{-4}{16t^2}$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{-4}{16t^2}}{4t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{16t^3}$$

* نحول السؤال بدلالة x

When $x = 2t^2$, $t = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}$, $t^3 = \frac{(x^{\frac{1}{2}})^3}{\left[(2)^{\frac{1}{2}}\right]^3}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{16 * \frac{x^{3/2}}{2^{3/2}}} = \frac{-\sqrt{(2)^3}}{16\sqrt{x^3}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2\sqrt{2}}{16\sqrt{x^3}} = \frac{-\sqrt{2}}{8\sqrt{x^3}}$$ ans

الوحدة الثانية - المحاضرة الاولى - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الاولى:

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **معرفة قوانين التكامل.**
- **التكامل المحدد والغير محدد .**
- **تكامل الدوال المثلثية .**

موضوعات المحاضرة الاولى:

-Theory of integrations.

-The definite and indefinite integrations.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

(1): indeFinite integration: التكامل غير المحدد

*** Rules of indeFinite integration ***

① $\int dx = x + c$

② $\int x^n = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$, $n \neq -1$.

③ $\int (F(x))^n \cdot \acute{F}(x) \cdot dx = \dfrac{(F(x))^{n+1}}{n+1}$, $n \neq -1$

④ $\int (F(x) \mp g(x))\, dx = \int F(x)\, dx \mp \int g(x)\, dx$.

⑤ $\int K \cdot F(x) dx = K \int F(x) dx$, K is constant.

* في القاعدة. رقم (3) هي تكامل دالة الدالة والتي تعني انها كل اس ما عدا (-1) ففي تكاملها يجب توفر مشتقة $[\ \acute{F}(x)\ ]$ داخل القوس وبعدها نحذف المشتقة ونكامل بأضافة (1) للأس والقسمة على الأس الجديد.

ex: Find $\int 3x^2\,dx$.

Sol $= 3\int x^2\,dx = 3 * \frac{x^3}{3} + c$

$= x^3 + c$

ex: $\int \left(\frac{1}{x^2} + x\right) dx$.

Sol: $\int \frac{1}{x^2}\,dx + \int x\,dx = \int x^{-2}\,dx + \int x\,dx$

$= \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} + c = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + c$.

ex: $\int x\cdot\sqrt{x^2+1}\;dx$.

Sol: $\int (x^2+1)^{\frac{1}{2}} \cdot x\,dx * \frac{2}{2} = \frac{1}{2}\int (x^2+1)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x\,dx$ [تكامل دالة الدالة]

$= \frac{1}{2} * \frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{\cancel{2}} * \frac{\cancel{2}}{3} \cdot (x^2+1)^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{1}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + c$

ex: $\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Sol: $\int (1+\sqrt{x}) * \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx * \frac{2}{2} = \int (1+\sqrt{x}) \cdot \frac{2}{2\sqrt{x}}\,dx$

$= 2\int (1+\sqrt{x}) * \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$ [تكامل دالة الدالة]

$= 2 * \frac{(1+\sqrt{x})^2}{2} + c = (1+\sqrt{x})^2 + c$

ex: $\int (3t + t^{-3})^2 \, dt$.

Sol: $\int (9t^2 + 6t^{-2} + t^{-6}) \, dt$

$= 9\int t^2 dt + 6\int t^{-2} dt + \int t^{-6} dt = 9 * \frac{t^3}{3} + 6 * \frac{t^{-1}}{-1} + \frac{t^{-5}}{-5} + c$

$= 3t^3 - \frac{6}{t} - \frac{t^{-5}}{5} + c$.

ex: $\int \left(\frac{x}{3x^2+4}\right)^2 \cdot \frac{dx}{x}$

Sol: $\int \frac{\cancel{x^2} x}{(3x^2+4)^2} * \frac{dx}{\cancel{x}} = \int (3x^2+4)^{-2} \cdot x \, dx * \frac{6}{6}$ [تكامل دالة الدالة]

$= \frac{1}{6}\int (3x^2+4)^{-2} \cdot 6x \, dx = \frac{1}{6} * \frac{(3x^2+4)^{-1}}{-1} + c$

$= \frac{-1}{6(3x^2+4)} + c$.

ex: $\int \sqrt{x^2 - x^4} \, dx$

Sol: $\int \sqrt{x^2(1-x^2)} \, dx = \int x \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot dx$

$= \int (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x \, dx * \frac{-2}{-2} = \frac{-1}{2}\int (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot -2x \, dx$

$= \frac{-1}{2} * \frac{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{-1}{\cancel{2}} * \frac{\cancel{2}}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

$= -\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + c = -\frac{1}{3}\sqrt{(1-x^2)^3} + c$

ans

ex: $\int x \cdot \sin(2x^2)\, dx$.

Sol: $\int \sin(2x^2) \cdot x * \frac{4}{4}\, dx$.

$= \frac{1}{4} \int \sin(2x^2) \cdot 4x\, dx$.

$= \frac{-1}{4} \cos(2x^2) + c$.

$\sec = \frac{1}{\cos}$

ex: $\int \frac{d\theta}{\cos^2\theta}$.

Sol: $\int \sec^2\theta \cdot d\theta = \tan\theta + c$.

---

ex: $\int \cos^2 2x \cdot \sin 2x\, dx$.

Sol: $\int \cos^2 2x \cdot \sin 2x\, dx * \frac{-2}{-2}$. [تكامل دالة الدالة]

$= \frac{-1}{2} \int \cos^2 2x \cdot -2\sin 2x\, dx = \frac{-1}{2} * \frac{\cos^3 2x}{3} + c$.

$= \frac{-1}{6} \cos^3 2x + c$

---

ex: $\int \sec^3 x \cdot \tan x \cdot dx$.

Sol: $\int \sec^2 x \cdot \underbrace{\sec x \cdot \tan x\, dx}_{\text{مشتقة الدالة}}$.

$= \frac{\sec^3 x}{3} + c$

ex: $\int \sqrt{2+\sin 3t} \cdot \cos 3t \, dt$

Sol: $\int (2+\sin 3t)^{\frac{1}{2}} \cdot \cos 3t \, dt * \frac{3}{3}$

$= \frac{1}{3}\int (2+\sin 3t)^{\frac{1}{2}} \cdot 3\cos 3t \, dt$

$= \frac{1}{3} * \frac{(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{3} * \frac{2}{3}(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{2}{9}(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}} + c$

ex: $\int (1-\sin^2 4x) \cdot \cos 4x \, dx$

Sol: $\int (\cos 4x - \sin^2 4x \cdot \cos 4x) \, dx$

$= \int \cos 4x \, dx - \int \sin^2 4x \cdot \cos 4x \, dx * \frac{4}{4}$

$= \int \cos 4x \, dx * \frac{4}{4} - \int \sin^2 4x \cdot \cos 4x \, dx * \frac{4}{4}$

$= \frac{1}{4} \sin 4x - \frac{1}{4} * \frac{\sin^3 4x}{3} + c$

$= \frac{1}{4} \sin 4x - \frac{1}{12} \sin^3 4x + c$

الوحدة الثانية – المحاضرة الثانية - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الثانية :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- تكامل exponential.
- تكامل الدوال الزائدية .
- تكامل الدوال المثلثية .

موضوعات المحاضرة الثانية :

-Hyperbolic function

- Integral of trigonometric function.

-Integral of exponential function.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

* تكامل الدوال المثلثية *

① $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$.

② $\int \cos x \, dx = \sin x + c$.

③ $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$

④ $\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$

⑤ $\int \sec x \cdot \tan x \, dx = \sec x + c$

⑥ $\int \csc x \cdot \cot x \, dx = -\csc x + c$.

* في جميع الدوال المثلثية يجب توفر مشتقة الزاوية حتى تكامل .

Ex: $\int \cos(7x+1) \, dx$.

Sol: $\int \cos(7x+1) \, dx * \frac{7}{7}$

$= \frac{1}{7} \int \cos(7x+1) \cdot 7 \, dx = \frac{1}{7} \sin(7x+1) + c$.

Ex: $\int \sin(3\theta-1) \, d\theta$

Sol: $\int \sin(3\theta-1) \, d\theta * \frac{3}{3} = \frac{1}{3} \int \sin(3\theta-1) * 3 \, d\theta$

$= \frac{1}{3} * -\cos(3\theta-1) + c = -\frac{1}{3} \cos(3\theta-1) + c$. ans ex: $\int x \cdot \sin(2x^2)\,dx$.

Sol: $\int \sin(2x^2) \cdot x * \frac{4}{4}\,dx$.

$= \frac{1}{4}\int \sin(2x^2) \cdot 4x\,dx$.

$= \frac{-1}{4}\cos(2x^2) + c$.

ex: $\int \frac{d\theta}{\cos^2\theta}$. $\sec = \frac{1}{\cos}$

Sol: $\int \sec^2\theta \cdot d\theta = \tan\theta + c$.

ex: $\int \cos^2 2x \cdot \sin 2x\,dx$.

Sol: $\int \cos^2 2x \cdot \sin 2x\,dx * \frac{-2}{-2}$.   [تكامل دالة الدالة]

$= \frac{-1}{2}\int \cos^2 2x \cdot -2\sin 2x\,dx = \frac{-1}{2} * \frac{\cos^3 2x}{3} + c$.

$= \frac{-1}{6}\cos^3 2x + c$

ex: $\int \sec^3 x \cdot \tan x \cdot dx$.

Sol: $\int \sec^2 x \cdot \underbrace{\sec x \cdot \tan x\,dx}_{\text{مشتقة الدالة}}$.

$= \frac{\sec^3 x}{3} + c$

ex: $\int \sqrt{2+\sin 3t} \cdot \cos 3t \, dt$

Sol: $\int (2+\sin 3t)^{\frac{1}{2}} \cdot \cos 3t \, dt * \frac{3}{3}$

$= \frac{1}{3}\int (2+\sin 3t)^{\frac{1}{2}} \cdot 3\cos 3t \, dt$

$= \frac{1}{3} * \frac{(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{3} * \frac{2}{3}(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{2}{9}(2+\sin 3t)^{\frac{3}{2}} + c$

ex: $\int (1-\sin^2 4x) \cdot \cos 4x \, dx$

Sol: $\int (\cos 4x - \sin^2 4x \cdot \cos 4x) \, dx$

$= \int \cos 4x \, dx - \int \sin^2 4x \cdot \cos 4x \, dx * \frac{4}{4}$

$= \int \cos 4x \, dx * \frac{4}{4} - \int \sin^2 4x \cdot \cos 4x \, dx * \frac{4}{4}$

$= \frac{1}{4}\sin 4x - \frac{1}{4} * \frac{\sin^3 4x}{3} + c$

$= \frac{1}{4}\sin 4x - \frac{1}{12}\sin^3 4x + c$

ـس الدوال التالية نطبق القواعد التالية :

1) $\int \tan x \, dx = -\ln|\cos x| + c$

2) $\int \cot x \, dx = \ln|\sin x| + c$

3) $\int \sec x \, dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$

4) $\int \csc x \, dx = -\ln|\csc x + \cot x| + c$

Ex: $\int \tan(3x+5) \, dx$

$= \int \tan(3x+5) \, dx * \frac{3}{3}$

$= \frac{1}{3} \int \tan(3x+5) \, 3dx$

$= -\frac{1}{3} \ln|\cos(3x+5)| + c$

Ex: $\int \frac{\cos x}{1-\sin^2 x} dx \rightarrow$ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$= \int \frac{\cancel{\cos} x}{\cancel{\cos^2} x} dx = \int \frac{1}{\cos x} dx$

$= \int \sec x \, dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$

* Integration of The e^x and a^x *

لايجاد تكامل دالة (e^x) و (a^x) نطبق التالي

① $\int e^{F(x)} \cdot F'(x)\,dx = e^{F(x)} + c$

أي ننزلها نفسها عند توفر مشتقة الاس.

② $\int a^{F(x)} \cdot F'(x)\,dx = \frac{a^{F(x)}}{\ln a}$

عند توفر مشتقة الدالة.

ex: $\int e^x dx$

Sol: $= e^x + c$

ex: $\int e^{3x} dx$

Sol: $\int e^{3x} \cdot dx * \frac{3}{3} = \frac{1}{3}\int e^{3x} 3dx$

$= \frac{1}{3} e^{3x} + c$

ex: $\int e^{\sin x} \cdot \cos x\, dx$

Sol: $= e^{\sin x} + c$

ex: $\int 2^x dx$

Sol: $= \frac{2^x}{\ln 2} + c$ ans

ex. $\int x \cdot 3^{x^2}\, dx$

Sol. $= \int x \cdot 3^{x^2}\, dx * \frac{2}{2}$

$= \frac{1}{2}\int 3^{x^2} \cdot 2x\, dx = \frac{1}{2} * \frac{3^{x^2}}{\ln 3} + c$

ex. $\int e^{\ln 5^x}\, dx$

Sol. $\int e^{\ln 5^x}\, dx = \int 5^x\, dx$

$= \frac{5^x}{\ln 5} + c$

ex. $\int 3^{\sec x} \cdot \sec x \cdot \tan x\, dx$

Sol. $\int 3^{\sec x} \cdot \sec x \cdot \tan x\, dx$

$= \frac{3^{\sec x}}{\ln 3} + c$

ex. $\int \frac{\ln^2 x}{x}\, dx$

Sol. $\int \ln^2 x * \frac{1}{x}\, dx$

$= \frac{\ln^3 x}{3} + c$

ans

Hyperbolic Function: الدوال الزائدية

قبل البدء يجب معرفة بعض المتطابقات الخاصة بالدوال الزائدية وهي:

1. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.
2. $\sinh 2x = 2 \sinh x \cdot \cosh x$.
3. $\tanh^2 x = 1 - \operatorname{sech}^2 x$
4. $\operatorname{csch}^2 x = \coth^2 x - 1$
5. $\sinh^2 x = \dfrac{\cosh 2x - 1}{2}$.
6. $\cosh^2 x = \dfrac{\cosh 2x + 1}{2}$
7. $\cosh(x) + \sinh(x) = e^{x}$.
8. $\cosh(x) - \sinh(x) = e^{-x}$

ملاحظة: ان الدوال الزائدية تكون:

1. $\sinh x = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$.
2. $\cosh x = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$.
3. $\tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}}{\frac{e^{x} + e^{-x}}{2}} = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$.
4. $\coth x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{e^{x} - e^{-x}}$.
5. $\operatorname{sech} x = \dfrac{2}{e^{x} + e^{-x}}$.
6. $\operatorname{csch} x = \dfrac{2}{e^{x} - e^{-x}}$.

الوحدة الثانية – المحاضرة الثالثة - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الثالثة :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **التكامل بالتجزئة .**
- **التكامل بالتعويض**

موضوعات المحاضرة الثالثة :

-Method of integration (u-substitution).

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

Needless to say, most problems we encounter will not be so simple. Here's a slightly more complicated example: find

$$\int 2x \cos(x^2)\, dx.$$

This is not a "simple" derivative, but a little thought reveals that it must have come from an application of the chain rule. Multiplied on the "outside" is $2x$, which is the derivative of the "inside" function x^2. Checking:

$$\frac{d}{dx}\sin(x^2) = \cos(x^2)\frac{d}{dx}x^2 = 2x\cos(x^2),$$

so

$$\int 2x\cos(x^2)\, dx = \sin(x^2) + C.$$

Ex:

$$\int x^3\sqrt{1-x^2}\, dx.$$

Sol:

$$u = 1 - x^2, \quad \frac{du}{dx} = -2x, \quad \rightarrow \quad dx = \frac{du}{-2x},$$

$$\int x^3\sqrt{u}\frac{du}{-2x} = \frac{1}{-2}\int \frac{x^3}{x}\sqrt{u}\, du = \frac{1}{-2}\int x^2\sqrt{u}\, du$$

$$= -\frac{1}{2}\int (1-u)\sqrt{u}\, du = -\frac{1}{2}\int \left(u^{0.5} - u^{1.5}\right) du$$

$$-\frac{1}{2}\int(u^{0.5}-u^{1.5})du=-\frac{1}{2}\left(\frac{u^{1.5}}{1.5}-\frac{u^{2.5}}{2.5}\right)+c=\frac{u^{2.5}}{5}-\frac{u^{1.5}}{3}+c$$

$$\frac{\sqrt{u^5}}{5}-\frac{\sqrt{u^3}}{3}+c$$

Then since $u=1-x^2$:

$$\frac{\sqrt{(1-x^2)^5}}{5}-\frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{3}+c$$

(3) $\int x e^x dx$. $u=x$, $dv=e^x$
$du=1$, $v=e^x$

$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x . 1 dx$
$= x e^x - e^x + c$.

(4) $\int x^2 e^x dx$ $u=x^2$, $dv=e^x$

$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c$

$+\ x^2 \quad e^x$
$-\ 2x \quad e^x$
$+\ 2 \quad e^x$
$-\ 0 \quad e^x$

② التكامل بالتعويض:

* يستخدم هذه الطريقة عندما نجد في السؤال جذور او أقواس مرفوعة لأس أكثر من واحد.

Ex: ① $\int x(2x^2+1)^5\,dx$

$u = 2x^2+1$

$\frac{du}{dx} = 4x$

$dx = \frac{du}{4x}$

$= \int \cancel{x}\,(u)^5 \frac{du}{4\cancel{x}}$

$= \frac{1}{4}\int u^5\,du$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{u^6}{6} + C$

$= \frac{1}{24}(2x^2+1)^6 + C$

② $\int x^3 \cdot \sqrt{x^4+3}\,dx$

$u = x^4+3$

$\frac{du}{dx} = 4x^3$

$dx = \frac{du}{4x^3}$

$= \int \cancel{x^3}\sqrt{u} \cdot \frac{du}{4\cancel{x^3}}$

$= \frac{1}{4}\int (u)^{\frac{1}{2}}\,du$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$

$= \frac{1}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{2}}{3}\, u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{6}\, u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{6}(x^4+3)^{\frac{3}{2}} + C$

EXAMPLE 8.2.3 Evaluate $\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx$. Use the formulas $\sin^2 x = (1-\cos(2x))/2$ and $\cos^2 x = (1+\cos(2x))/2$ to get:

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx = \int \frac{1-\cos(2x)}{2} \cdot \frac{1+\cos(2x)}{2} \, dx.$$

$$\frac{1}{4}\int [1-\cos^2(2x)]dx = \frac{1}{4}\int \{1-\left[\frac{1+\cos(4x)}{2}\right]\}dx$$

$$\frac{1}{4}\int \{\frac{1}{2}-\frac{\cos(4x)}{2}\}dx = \frac{1}{4}\{\int \frac{1}{2}dx - \int \frac{\cos(4x)}{2}dx\}$$

$$\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2}x-\frac{\sin(4x)}{8}+c\right\} = \frac{1}{8}x-\frac{\sin(4x)}{32}+h$$

الوحدة الثانية – المحاضرة الرابعة - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الرابعة :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **حل التكامل بعدة طرق**

موضوعات المحاضرة الاولى :

-امثلة اضافية على التكامل.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

EXAMPLE 1 Find the integral $\int (x^3 + x)^5(3x^2 + 1)\, dx.$

Solution We set $u = x^3 + x$. Then

$$du = \frac{du}{dx}dx = (3x^2 + 1)\, dx,$$

so that by substitution we have

$$\int (x^3 + x)^5(3x^2 + 1)\, dx = \int u^5\, du \qquad \text{Let } u = x^3 + x,\ du = (3x^2 + 1)\, dx.$$

$$= \frac{u^6}{6} + C \qquad \text{Integrate with respect to } u.$$

$$= \frac{(x^3 + x)^6}{6} + C \qquad \text{Substitute } x^3 + x \text{ for } u.$$

EXAMPLE 2 Find $\int \sqrt{2x + 1}\, dx.$

Solution The integral does not fit the formula

$$\int u^n\, du,$$

with $u = 2x + 1$ and $n = 1/2$, because

$$du = \frac{du}{dx}dx = 2\, dx$$

is not precisely dx. The constant factor 2 is missing from the integral. However, we can introduce this factor after the integral sign if we compensate for it by a factor of $1/2$ in front of the integral sign. So we write

$$\int \sqrt{2x + 1}\, dx = \frac{1}{2}\int \underbrace{\sqrt{2x + 1}}_{u} \cdot \underbrace{2\, dx}_{du}$$

$$= \frac{1}{2}\int u^{1/2}\, du \qquad \text{Let } u = 2x + 1,\ du = 2\, dx.$$

$$= \frac{1}{2}\frac{u^{3/2}}{3/2} + C \qquad \text{Integrate with respect to } u.$$

$$= \frac{1}{3}(2x + 1)^{3/2} + C \qquad \text{Substitute } 2x + 1 \text{ for } u.$$

EXAMPLE 3 Find $\int \sec^2(5x + 1) \cdot 5\, dx$

Solution We substitute $u = 5x + 1$ and $du = 5\, dx$. Then,

$$\int \sec^2(5x + 1) \cdot 5\, dx = \int \sec^2 u\, du \qquad \text{Let } u = 5x + 1,\ du = 5\, dx.$$

$$= \tan u + C \qquad \frac{d}{du}\tan u = \sec^2 u$$

$$= \tan(5x + 1) + C. \qquad \text{Substitute } 5x + 1 \text{ for } u.$$

EXAMPLE 4 Find $\int \cos(7\theta + 3)\, d\theta$.

Solution We let $u = 7\theta + 3$ so that $du = 7\, d\theta$. The constant factor 7 is missing from the $d\theta$ term in the integral. We can compensate for it by multiplying and dividing by 7, using the same procedure as in Example 2. Then,

$$\int \cos(7\theta + 3)\, d\theta = \frac{1}{7}\int \cos(7\theta + 3) \cdot 7\, d\theta \qquad \text{Place factor } 1/7 \text{ in front of integral.}$$

$$= \frac{1}{7}\int \cos u\, du \qquad \text{Let } u = 7\theta + 3,\ du = 7\, d\theta.$$

$$= \frac{1}{7}\sin u + C \qquad \text{Integrate.}$$

$$= \frac{1}{7}\sin(7\theta + 3) + C. \qquad \text{Substitute } 7\theta + 3 \text{ for } u.$$

There is another approach to this problem. With $u = 7\theta + 3$ and $du = 7\, d\theta$ as before, we solve for $d\theta$ to obtain $d\theta = (1/7)\, du$. Then the integral becomes

$$\int \cos(7\theta + 3)\, d\theta = \int \cos u \cdot \frac{1}{7}\, du \qquad \text{Let } u = 7\theta + 3,\ du = 7\, d\theta, \text{ and } d\theta = (1/7)\, du.$$

$$= \frac{1}{7}\sin u + C \qquad \text{Integrate.}$$

$$= \frac{1}{7}\sin(7\theta + 3) + C. \qquad \text{Substitute } 7\theta + 3 \text{ for } u.$$

We can verify this solution by differentiating and checking that we obtain the original function $\cos(7\theta + 3)$. ■

EXAMPLE 5 Sometimes we observe that a power of x appears in the integrand that is one less than the power of x appearing in the argument of a function we want to integrate. This observation immediately suggests we try a substitution for the higher power of x. This situation occurs in the following integration.

$$\int x^2 e^{x^3}\,dx = \int e^{x^3}\cdot x^2\,dx$$

$$= \int e^u \cdot \frac{1}{3}\,du \qquad \text{Let } u = x^3,\ du = 3x^2\,dx,\ (1/3)\,du = x^2\,dx.$$

$$= \frac{1}{3}\int e^u\,du$$

$$= \frac{1}{3}e^u + C \qquad \text{Integrate with respect to } u.$$

$$= \frac{1}{3}e^{x^3} + C \qquad \text{Replace } u \text{ by } x^3.$$

EXAMPLE 6 Evaluate $\int x\sqrt{2x+1}\,dx$.

Solution Our previous integration in Example 2 suggests the substitution $u = 2x + 1$ with $du = 2\,dx$. Then,

$$\sqrt{2x+1}\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{u}\,du.$$

However, in this case the integrand contains an extra factor of x multiplying the term $\sqrt{2x+1}$. To adjust for this, we solve the substitution equation $u = 2x + 1$ to obtain $x = (u - 1)/2$, and find that

$$x\sqrt{2x+1}\,dx = \frac{1}{2}(u-1)\cdot\frac{1}{2}\sqrt{u}\,du.$$

The integration now becomes

$$\int x\sqrt{2x+1}\,dx = \frac{1}{4}\int (u-1)\sqrt{u}\,du = \frac{1}{4}\int (u-1)u^{1/2}\,du \qquad \text{Substitute.}$$

$$= \frac{1}{4}\int \left(u^{3/2} - u^{1/2}\right)du \qquad \text{Multiply terms.}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}u^{5/2} - \frac{2}{3}u^{3/2}\right) + C \qquad \text{Integrate.}$$

$$= \frac{1}{10}(2x+1)^{5/2} - \frac{1}{6}(2x+1)^{3/2} + C. \qquad \text{Replace } u \text{ by } 2x + 1.$$

EXAMPLE 7 Sometimes we can use trigonometric identities to transform integrals we do not know how to evaluate into ones we can evaluate using the Substitution Rule.

(a) $$\int \sin^2 x\,dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\,dx \qquad \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int (1-\cos 2x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\frac{\sin 2x}{2} + C = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$$

(b) $$\int \cos^2 x\,dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2}\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

(c) $$\int \tan x\,du = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = \int \frac{-du}{u} \qquad u = \cos x,\ du = -\sin x\,dx$$

$$= -\ln|u| + C = -\ln|\cos x| + C$$

$$= \ln\frac{1}{|\cos x|} + C = \ln|\sec x| + C \qquad \text{Reciprocal Rule}$$

EXAMPLE 8 An integrand may require some algebraic manipulation before the substitution method can be applied. This example gives two integrals obtained by multiplying the integrand by an algebraic form equal to 1, leading to an appropriate substitution.

(a)

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{e^x\,dx}{e^{2x} + 1} \qquad \text{Multiply by } (e^x/e^x) = 1.$$

$$= \int \frac{du}{u^2 + 1} \qquad \text{Let } u = e^x,\ u^2 = e^{2x},\ du = e^x\,dx.$$

$$= \tan^{-1} u + C \qquad \text{Integrate with respect to } u.$$

$$= \tan^{-1}(e^x) + C \qquad \text{Replace } u \text{ by } e^x.$$

(b)

$$\int \sec x\,dx = \int (\sec x)(1)\,dx = \int \sec x \cdot \frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x}\,dx \qquad \frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x} \text{ is equal to 1.}$$

$$= \int \frac{\sec^2 x + \sec x \tan x}{\sec x + \tan x}\,dx$$

$$= \int \frac{du}{u} \qquad u = \tan x + \sec x,\ du = (\sec^2 + \sec x \tan x)\,dx$$

$$= \ln|u| + C = \ln|\sec x + \tan x| + C.$$

الوحدة الثانية – المحاضرة الخامسة - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الخامسة :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **تكامل المحدد للدوال**

موضوعات المحاضرة الثالثة :

-The Definite Integral

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

THEOREM 7—Substitution in Definite Integrals If g' is continuous on the interval $[a, b]$ and f is continuous on the range of $g(x) = u$, then

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)\, dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\, du.$$

Proof Let F denote any antiderivative of f. Then,

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)\, dx = F(g(x))\Big]_{x=a}^{x=b}$$

$\frac{d}{dx}F(g(x))$
$= F'(g(x))g'(x)$
$= f(g(x))g'(x)$

$$= F(g(b)) - F(g(a))$$

$$= F(u)\Big]_{u=g(a)}^{u=g(b)}$$

$$= \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\, du.$$

Fundamental Theorem, Part 2 ■

To use the formula, make the same u-substitution $u = g(x)$ and $du = g'(x)\, dx$ you would use to evaluate the corresponding indefinite integral. Then integrate the transformed integral with respect to u from the value $g(a)$ (the value of u at $x = a$) to the value $g(b)$ (the value of u at $x = b$).

EXAMPLE 1 Evaluate $\int_{-1}^{1} 3x^2\sqrt{x^3+1}\,dx$.

Solution We have two choices.

Method 1: Transform the integral and evaluate the transformed integral with the transformed limits given in Theorem 7.

$$\int_{-1}^{1} 3x^2\sqrt{x^3+1}\,dx$$

Let $u = x^3 + 1$, $du = 3x^2\,dx$.
When $x = -1$, $u = (-1)^3 + 1 = 0$.
When $x = 1$, $u = (1)^3 + 1 = 2$.

$$= \int_{0}^{2} \sqrt{u}\,du$$

$$= \frac{2}{3}u^{3/2}\Big]_0^2$$

Evaluate the new definite integral.

$$= \frac{2}{3}\left[2^{3/2} - 0^{3/2}\right] = \frac{2}{3}\left[2\sqrt{2}\right] = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Method 2: Transform the integral as an indefinite integral, integrate, change back to x, and use the original x-limits.

$$\int 3x^2\sqrt{x^3+1}\,dx = \int \sqrt{u}\,du \qquad \text{Let } u = x^3+1,\ du = 3x^2\,dx.$$

$$= \frac{2}{3}u^{3/2} + C \qquad \text{Integrate with respect to } u.$$

$$= \frac{2}{3}(x^3+1)^{3/2} + C \qquad \text{Replace } u \text{ by } x^3+1.$$

$$\int_{-1}^{1} 3x^2\sqrt{x^3+1}\,dx = \frac{2}{3}(x^3+1)^{3/2}\Big]_{-1}^{1} \qquad \text{Use the integral just found, with limits of integration for } x.$$

$$= \frac{2}{3}\left[((1)^3+1)^{3/2} - ((-1)^3+1)^{3/2}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[2^{3/2} - 0^{3/2}\right] = \frac{2}{3}\left[2\sqrt{2}\right] = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

EXAMPLE 2 We use the method of transforming the limits of integration.

(a) $$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot\theta \csc^2\theta\,d\theta = \int_1^0 u\cdot(-du)$$

Let $u = \cot\theta$, $du = -\csc^2\theta\,d\theta$,
$-du = \csc^2\theta\,d\theta$.
When $\theta = \pi/4$, $u = \cot(\pi/4) = 1$.
When $\theta = \pi/2$, $u = \cot(\pi/2) = 0$.

$$= -\int_1^0 u\,du$$

$$= -\left[\frac{u^2}{2}\right]_1^0$$

$$= -\left[\frac{(0)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2}\right] = \frac{1}{2}$$

(b) $$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan x\,dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos x}\,dx$$

$$= -\int_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{u}$$

Let $u = \cos x$, $du = -\sin x\,dx$.
When $x = -\pi/4$, $u = \sqrt{2}/2$.
When $x = \pi/4$, $u = \sqrt{2}/2$.

$$= -\ln|u|\Big]_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{2}/2} = 0 \qquad \text{Integrate, zero width interval}$$

الوحدة الثالثة – المحاضرة الاولى - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الاولى :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **حساب حجم المصفوفة.**
- **جمع وطرح المصفوفات.**

موضوعات المحاضرة الاولى :

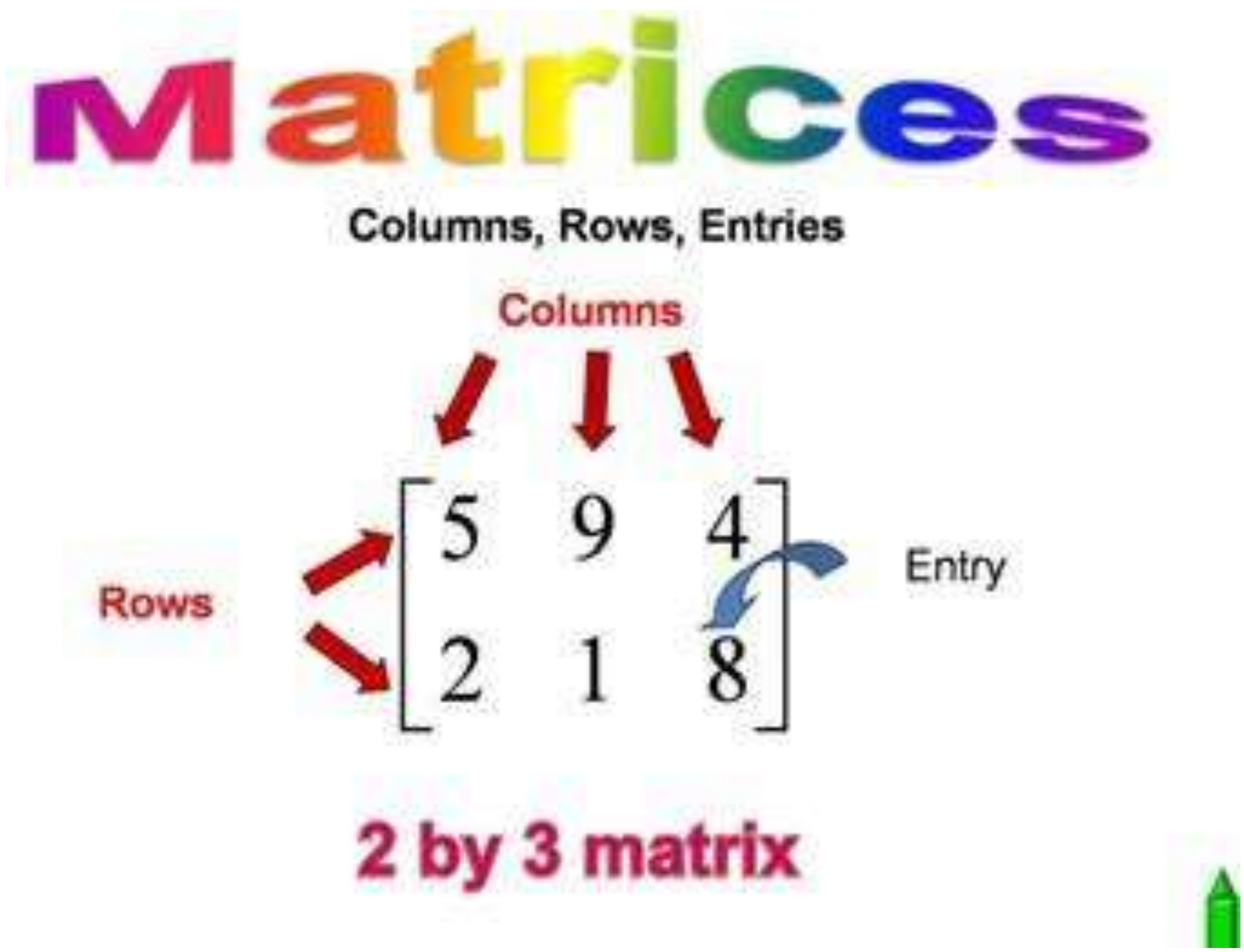
-Definition of matrices.
- Equal Matrices
- Addition and Subtraction Matrices

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

- **A matrix is a rectangular arrangement of numbers in rows (سطور) and columns (اعمدة) . Rows run horizontally and columns run vertically.**
- **The dimensions of a matrix are stated "*m* x *n*" where '*m*' is the number of rows and '*n*' is the number of columns.**



SPECIAL MATRICES

Name	Description	Example
Row Matrix	only 1 row	$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$
Column Matrix	only 1 column	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$
Square matrix	same # of rows and columns	$\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$
Zero Matrix	all entries are zeros	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Equal Matrices (تساوي المصفوفات)

Two matrices are considered equal if :

a. They have the same number of rows and columns (the same dimensions)

b. All their corresponding elements are exactly the same.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \neq \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Addition and Subtraction Matrices:

- You can add or subtract matrices if they have the same dimensions (same number of rows and columns).

n1=n2 and m1=m2

- Then, you add (or subtract) the corresponding numbers (numbers in the same positions).

Examples:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

➢Possible

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

➢Not Possible

Example:

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Example:

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 5 & -6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 6 & -7 & 9 \\ 0 & -4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 6 & -2 & 7 \\ 5 & -10 & 8 \end{bmatrix}$$

الوحدة الثالثة – المحاضرة الثانية - الزمن: 90 دقيقة

أهداف المحاضرة الثانية :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **الضرب القياسي للمصفوفات .**
- **ضرب المصفوفات .**

موضوعات المحاضرة الثانية :

- Scalar Multiplication.
- Matrix Multiplication.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

Scalar Multiplication:

- **Scalar** – a regular number
- **Scalar multiplication** – multiplying a matrix by a scalar
  - Just multiply each entry by the scalar!

Example:

$$3\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$$

Example:

$$4\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -16 \\ 20 & 0 \\ 4 & -12 \end{bmatrix}$$

YOUR TURN!

- Perform the indicated operation(s).

$$-1\begin{bmatrix} 4 & -7 \\ 3 & 3 \\ 2 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

- Perform the indicated operation(s), if possible.

$$-2\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 6 & -8 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

Matrix Multiplication:

- **Matrix Multiplication is NOT Commutative! Order matters!**

(ضرب المصفوفات ليس تبادلي)

- **You can multiply matrices <u>only</u> if the number of columns in the first matrix equals the number of rows in the second matrix.**

الشرط : (ألاعمدة =السطور)

2

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}$$

2 rows

Example:

- **Take the numbers in the first row of matrix #1. Multiply each number by its corresponding number in the first column of matrix #2. Total these products.**

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}$$

The result, 11, goes in row 1, column 1 of the answer. Repeat with row 1, column 2; row 1 column 3; row 2, column 1; ...

(2*1)+(3*3)=11

- **Notice the dimensions of the matrices and their product.**

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 8 & -15 \\ 13 & 34 & -30 \\ -12 & -46 & 35 \end{bmatrix}$$

3 x 2 **2 x 3** **3x3**

Transpose of A Matrix:

If the rows and columns of a matrix are interchanged, then the new matrix so formed is called the transpose of the original matrix. If A is the original matrix, its transpose is denoted by A^T. For example:

$$\text{If } A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}_{3\times2}, \text{ then } A^T = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 6 & 9 & 5 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

الوحدة الثالثة – المحاضرة الثالثة- الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الثالثة :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

- **ايجاد محدد المصفوفة .**
- **Cramers rule.**

موضوعات المحاضرة الثالثة :

-Matrices and determinants .
- Cramers rule.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

4 . Matrices and Determinants

To use Cramer's Rule, some elementary knowledge of matrix algebra is required. An array of numbers, such as

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

is called a *matrix*. This is a "2 by 2" matrix. However, a matrix can be of any size, defined by m rows and n columns (thus an "m by n" matrix). A "square matrix," has the same number of rows as columns. To use Cramer's rule, the matrix must be square.

A *determinant* is number, calculated in the following way for a "2 by 2" matrix:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\,a_{22} - a_{21}\,a_{12}$$

For example, letting $a_{11} = 6$, $a_{12} = 5$, $a_{21} = 3$, $a_{22} = 4$:

$$|A| = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 6\,(4) - 3\,(5) = 9$$

For "m by n" matrices of orders larger than 2 by 2, there is a general procedure that can be used to find the determinant. This procedure is best explained as an example. Consider the determinant for a 3 by 3 matrix

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Figure 1

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Figure 2

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Figure 3

Example. find the determinant $|A|$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \\ 9 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 5 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 5[1(3) - 6(4)] - 6[2(3) - 9(4)] + 7[2(6) - 9(1)]$$

$$|A| = 96$$

5 . Description of Cramer's Rule

Cramer's rule is a method of solving a system of linear equations through the use of determinants. Cramer's rule is given by the equation

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

where x_i is the i^{th} endogenous variable in a system of equations, $|A|$ is the determinant of the original A matrix as discussed in the previous section, and $|A_i|$ is the determinant a **special** matrix formed as part of Cramer's rule.

To use Cramer's rule, two (or more) linear equations are arranged in the matrix form $A\,x = d$. For a two equation model:

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}} \underset{x}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = \underset{d}{\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}}$$

We have now determined:

$$|A| = 16$$
$$|A_1| = -208$$
$$|A_2| = 128$$

Using:

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

we get,

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{-208}{16} = -13 \qquad \text{(Solution)}$$

$$x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{128}{16} = 8 \qquad \text{(Solution)}$$

Example: Using Cramer's Rule to solve for the unknowns in three linear equations:

$$5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 16$$
$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 2$$
$$4x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 7$$

Then,

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 4 & -5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

The primary determinant $|A| = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 4 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 5(18 - 25) + 2(12 + 20) + 3(-10 - 12) = -37$

The three special determinants are:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 16 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 7 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 16(18 - 25) + 2(12 + 35) + 3(-10 - 21) = -111$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 5 & 16 & 3 \\ 2 & 2 & -5 \\ 4 & 7 & 6 \end{vmatrix} = 5(12 + 35) - 16(12 + 20) + 3(14 - 8) = -259$$

Applying Cramer's Rule in a 2x2 example

Using Cramer's rule to solve for the unknowns in the following linear equations:

$$2x_1 + 6x_2 = 22$$

$$-x_1 + 5x_2 = 53$$

Then,

$$\begin{array}{ccccc} A & & x & = & d \\ \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 22 \\ 53 \end{bmatrix} \end{array}$$

The primary determinant $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 2(5) - (-1)6 = 16$

We need to construct $x_i = \dfrac{|A_i|}{|A|}$ for i=1 and for i=2.

The first special determinant A_1 is found by replacing the first column of the primary matrix with the constant 'd' column. The new special matrix A_1 now appears as:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 22 & 6 \\ 53 & 5 \end{bmatrix}$$

and solved as a regular matrix determinant,

$$|A_1| = 22(5) - 53(6) = -208$$

Likewise, the same procedure is done to find the second special determinant A_2.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 22 \\ -1 & 53 \end{bmatrix}$$

$$|A_2| = 2(53) - (-1)(22) = 128$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 16 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & -5 & 7 \end{vmatrix} = 5(21 + 10) + 2(14 - 8) + 16(-10 - 12) = -185$$

Applying Cramer's Rule:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{A} = \frac{-111}{-37} = 3$$

$$x_2 = \frac{|A_2|}{A} = \frac{-259}{-37} = 7$$

$$x_3 = \frac{|A_3|}{A} = \frac{-185}{-37} = 5$$

الوحدة الثالثة – المحاضرة الرابعة - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الرابعة :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

-حل امثلة عامة للمصفوفات.

موضوعات المحاضرة الثالثة :

-Example of Matrices

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

EXAMPLE 1 : Let; $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

A = B if and only if; $a_{11} = 4$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 3$ and $a_{22} = -1$

EXAMPLE 2 :

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & a \\ b & 6 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ -3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, and $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ -3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

then **A** = **B** if and only if $a = 9$ and $b = -3$, but **A** ≠ **C** and **B** ≠ **C**.

EXAMPLE 3 :

If A= $\begin{bmatrix} 4 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ and **b** = $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}$, find **A.b** ?

$$A.b = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2\times3} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}_{3\times1} = \begin{bmatrix} 4\times8+7\times5+6\times9 \\ 2\times8+3\times5+1\times9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32+35+54 \\ 16+15+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 121 \\ 40 \end{bmatrix}_{2\times1}$$

EXAMPLE 4 :

If A= $[a_{ij}]$= $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ and **B** = $[b_{ij}]$= $\begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix}$, find **A.B** ?

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{3\times2} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix}_{2\times4} = \begin{bmatrix} 8+10 & 4+25 & 3+40 & 1+30 \\ 16+14 & 8+35 & 6+56 & 2+42 \\ 24+8 & 12+20 & 9+32 & 3+24 \end{bmatrix}_{3\times4}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 29 & 43 & 31 \\ 30 & 43 & 62 & 44 \\ 32 & 32 & 41 & 27 \end{bmatrix}_{3\times4}$$

EXAMPLE 5 :

If **A**= $[a_{ij}]=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ and **B** = $[b_{ij}]=\begin{bmatrix}7 & 10\\8 & 11\\9 & 12\end{bmatrix}$, find **A.B** and **B.A** ?

$$\mathbf{A.B}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}_{2\times3}\cdot\begin{bmatrix}7 & 10\\8 & 11\\9 & 12\end{bmatrix}_{3\times2}=\begin{bmatrix}7+16+27 & 10+22+36\\28+40+54 & 40+55+72\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50 & 68\\122 & 167\end{bmatrix}_{2\times2}$$

$$\mathbf{B.A}=\begin{bmatrix}7 & 10\\8 & 11\\9 & 12\end{bmatrix}_{3\times2}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}_{2\times3}=\begin{bmatrix}7+40 & 14+50 & 21+60\\8+44 & 16+55 & 24+66\\9+48 & 18+60 & 27+72\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}47 & 64 & 81\\52 & 71 & 90\\57 & 78 & 99\end{bmatrix}_{3\times3}$$

EXAMPLE 7 :

Given that **A**= $\begin{bmatrix}4 & 2 & 6\\1 & 8 & 7\end{bmatrix}$, determine $\mathbf{A^T}$ and $\mathbf{A.A^T}$?

$$\mathbf{A^T}=\begin{bmatrix}4 & 1\\2 & 8\\6 & 7\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A.A^T}=\begin{bmatrix}4 & 2 & 6\\1 & 8 & 7\end{bmatrix}_{2\times3}\cdot\begin{bmatrix}4 & 1\\2 & 8\\6 & 7\end{bmatrix}_{3\times2}=\begin{bmatrix}16+4+36 & 4+16+42\\4+16+42 & 1+64+49\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}56 & 62\\62 & 114\end{bmatrix}_{2\times2}$$

الوحدة الرابعة – المحاضرة الاولى - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الاولى :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

-ايجاد غاية الدالة.

موضوعات المحاضرة الاولى :

-Limits.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية:

1. إيجاد غاية لدالة متعددة حدود (غير كسرية= لا يوجد متغير في المقام لايوجد متغير له اس سالب)

- $f(x) = x^2 + 3x + 1$
- $f(t) = 2t^2 + t + 1$
- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$
- $f(x) = 1$

*حل الغاية لدالة متعددة الحدود هو التعويض المباشر.

$$lim_{x\to 2}\, x^2 = (2)^2 = 4$$

$$\lim_{x\to 3} x^2 + x = (3)^2 + 3 = 12$$

$$\lim_{x\to 2} 1 = 1$$

2. إيجاد الغاية لدالة كسرية:

الحالة الأولى :عند التعويض تظهر لدينا غاية (المقام لا يساوي صفرا)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x+2}=\frac{(2)^2+(2)-6}{(2)+2}$$

$$=\frac{-1}{4}$$

الحالة الثانية: عند التعويض لا تظهر لدينا غاية (المقام يساوي صفرا)

التحليل او التبسيط (التجربة او الفرق بين مربعين او فرق بين مكعبين او سحب عامل مشترك او توحيد المقامات او اخرى)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x-2}=\frac{(2)^2+(1)-6}{(2)-2}=\frac{-1}{0}=\text{غير معرف}$$

استخدام الغاية لايجاد مشتقة دالة لنقطة معينة:

Ex: Let $f(x) = x^2 + 5x$. Find f \` (a)

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$f(x) = x^2 + 5x$

$f(a) = a^2 + 5a$

$f(a+h) = (a+h)^2 + 5(a+h)$

$$\lim_{h\to 0}\frac{[(a+h)^2+5(a+h)]-(a^2+\ 5a)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{[\,(a^2+2ah+h^2)+5a+5h]-a^2-5a}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{2ah+h^2+5h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}(2a+h+5)=2a+0+5=2a+5$$

الوحدة الرابعة – المحاضرة الثامنة عشر - الزمن: 90 دقيقة
أهداف المحاضرة الثامنة عشر :

يتوقع في نهاية الجلسة أن يكون الطالب قادراً على:

-معرفة خصائص الغاية

موضوعات المحاضرة الثامنة عشر :

- proprties of limits.

الأساليب والأنشطة والوسائل التعليمية

م	الأساليب والأنشطة التدريبية	الوسائل التدريبية
1	• محاضرة • مناقشة • سؤال وجواب	• جهاز حاسوب • جهاز عرض • سبورة • اوراق واقلام

المادة العلمية :